

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$;

(10 μονάδες)

A2. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστές (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις.

i) Το γράμμα x που συμβολίζει οποιοδήποτε στοιχείο ενός συνόλου A ονομάζεται εξαρτημένη μεταβλητή της συνάρτησης $f(x)$.

Σ Λ

ii) Αν δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται και οι δύο σε ένα σύνολο A , τότε ορίζεται και η συνάρτηση του πηλίκου $R = \frac{f}{g}$, με $R(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, όπου $x \in A$.

Σ Λ

iii) Ένα τοπικό ελάχιστο μπορεί να είναι μεγαλύτερο από ένα τοπικό μέγιστο.

Σ Λ

iv) Μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού το A λέγεται συνεχής, αν για κάθε $x_0 \in A$ ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

Σ Λ

v) Ισχύει πάντα $\lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)}$.

Σ Λ

(5 x 1 μονάδα=5 μονάδες)

A3. Να συμπληρωθούν οι ισότητες.

i) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x+5}{4x} = \dots\dots\dots$

ii) Το σημείο $A(-1,4)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της $f(x)$
άρα ισχύει : $f(\dots) = \dots$

iii) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{-4x+8}$ είναι :
.....

iv) Το σημείο τομής της $f(x) = x^2 - 4x + 3$ με τον άξονα $y'y$ είναι :
.....

v) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $x_0 = 5$ και $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = -2$ τότε:
 $f(5) = \dots\dots\dots$

(5 x 2 μονάδες = 10 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

B1. Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων.

i) $f(x) = \frac{x-6}{16x^2-6x-1}$

ii) $g(x) = \sqrt{-x^2+4x-3}$

iii) $h(x) = \frac{3x^2+3}{\sqrt{-2x+6}-2}$

(15 μονάδες)

B2. Να βρεθούν τα παρακάτω όρια.

i) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-16}{4x-16}$

ii) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-3x-2}{-x^2+4}$

iii) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{h+1}-1}{h}$

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f(x) = -2x^2 + 3x + 2 = 0$

Γ1. Να βρεθούν τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της $f(x)$ με τους άξονες $x'x$ και yy' .

Γ2. Για ποια x η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από άξονα $x'x$;

Γ3. Να βρεθούν τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της $f(x)$ με την γραφική παράσταση της $g(x) = -x^2 + x - 1$.

Γ4. Για ποια x η γραφική παράσταση της $f(x)$ βρίσκεται πάνω από την γραφική παράσταση της $h(x) = 6x + 2$;

(25 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f(x)$ για την οποία ισχύει για κάθε $x \in \mathbb{R} : x \cdot f(x) + 4 = 3 \cdot f(x) + x^2 - 2x + 1$.

Δ1. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$, $x \neq 3$.

Δ2. Να βρεθεί το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

Δ3. Να βρεθεί το σημείο της γραφικής της $f(x)$ με τεμημένη ίση με 3.

Δ4. Να αποδείξετε ότι : $f(x^2) + f(x+3) = f(x^2 + x + 4)$.

(25 μονάδες)

Επιμέλεια

Περδικούρης Θεμιστοκλής